

COSMOS ACADEMY • COLEÇÃO MATEMÁTICA DO UNIVERSO

CÁLCULO

A Matemática do Movimento

Entenda como a matemática descreve mudanças, velocidades e trajetórias no Universo.

VOLUME 1 | AMOSTRA GRATUITA

Uma introdução acessível, com exemplos resolvidos e uma atividade para praticar.

01 • Por que aprender Cálculo?

A astronomia estuda um Universo em constante mudança: planetas orbitam estrelas, foguetes aceleram e a luz percorre distâncias enormes. O Cálculo é uma das ferramentas usadas para descrever essas mudanças.

O que você vai conhecer nesta amostra

- A ideia de função: uma quantidade que depende de outra.
- A noção de limite: o valor para o qual algo se aproxima.
- A derivada: uma maneira de medir a taxa de mudança.
- Um primeiro contato com a integral: acumular pequenas contribuições.

Um exemplo espacial

Imagine um foguete subindo verticalmente. Sua altura pode mudar com o tempo. Podemos representar essa relação por uma função $h(t)$, em que t é o tempo e h é a altura.

Se soubermos como a altura varia, podemos estimar a velocidade do foguete em diferentes instantes. É aqui que aparece uma das ideias centrais do Cálculo.

Você não precisa dominar matemática avançada para começar. Vamos construir cada ideia aos poucos.

02 • Limites: chegar cada vez mais perto

Um limite descreve o valor para o qual uma expressão se aproxima quando a variável chega perto de um ponto.

Exemplo

Considere a função $f(x) = 2x + 1$. Quando x se aproxima de 3, o valor da função se aproxima de 7.

$$\lim (2x + 1) = 7, \text{ quando } x \rightarrow 3$$

Isso funciona porque a expressão é contínua nesse ponto: substituir x por 3 nos dá $2 \times 3 + 1 = 7$.

Por que os limites importam?

Para calcular a velocidade em um único instante, podemos analisar a distância percorrida em intervalos de tempo cada vez menores. Esse raciocínio conduz à derivada.

Exemplo do cotidiano

Um velocímetro mostra a velocidade naquele momento, não apenas a média de toda a viagem. A derivada ajuda a expressar matematicamente essa ideia.

03 • Derivadas: a velocidade da mudança

A derivada mede como uma função varia em relação à sua variável. Se uma função representa posição ao longo do tempo, a derivada representa velocidade.

Exemplo resolvido

Suponha que a altura de um objeto seja dada por $h(t) = t^2$, com h em metros e t em segundos. A derivada dessa função é:

$$h'(t) = 2t$$

No instante $t = 3$ segundos, temos $h'(3) = 2 \times 3 = 6$. Portanto, a velocidade instantânea nesse modelo é 6 metros por segundo.

E a integral?

Enquanto uma derivada descreve uma taxa de mudança, a integral pode representar a acumulação de pequenas quantidades. Por exemplo, integrar a velocidade ao longo do tempo permite encontrar o deslocamento.

Se a velocidade é constante em 4 m/s durante 3 s, o deslocamento é $4 \times 3 = 12$ m. A integral generaliza essa ideia para velocidades que variam.

Observação: nossos exemplos são modelos simplificados. O movimento real de foguetes envolve outras forças, como a gravidade e a resistência do ar.

04 • Sua vez de praticar

Experimente resolver estas questões antes de conferir as respostas.

1. Funções

Se $f(x) = 3x + 2$, quanto vale $f(4)$?

2. Limites

Para qual valor $5x - 1$ se aproxima quando x se aproxima de 2?

3. Derivadas

Se a posição é $s(t) = t^2$, qual é a velocidade no instante $t = 5$? Use $s'(t) = 2t$.

Respostas comentadas

1. $f(4) = 3 \times 4 + 2 = 14$.

2. $5 \times 2 - 1 = 9$.

3. $s'(5) = 2 \times 5 = 10$ unidades de distância por unidade de tempo.

Continue explorando o Universo!

Esta é uma amostra gratuita de “Cálculo: A Matemática do Movimento”. A edição completa está em desenvolvimento e poderá aprofundar funções, limites, derivadas, integrais e aplicações na astronomia.

COSMOS ACADEMY • CONHECIMENTO PARA IR MAIS LONGE